捕捉VaR之波動-(G)ARCH模型

●華銀風險管理部　蘇志偉

一、前言

「月有陰晴圓缺，人有旦夕禍福」，不論喜歡與否，風險的確是生活的一部份，但想要掌握風險難免千頭萬緒，光是面對包羅萬象之風險來源，即不免令人海嘆不知從何著手。但何謂「風險」呢？你可以試想看看當在評估一件事的同時，都會面臨這個問題，而每個人對風險的大小及衡量心中都有一把不同的尺，當你計畫投資股票時對別人說”買某某股票的風險很低喔！”，那你可以問問他，什麼叫做風險低，那什麼又叫做風險高，那「風險」到底是什麼？它有沒有統一衡量的標準呢？首先，我們可以先看下面圖形，假設此為二種股票價格或報酬率的走勢A與B，若你皆持有A與B股票一段時間後而發現其報酬率的期望值（平均值）皆一樣時，此時你會選取哪一支股票呢？很明顯的發現，絕大多數的人會選取B股票，為什麼呢？因為我們發現B股票股價或報酬的上下起伏比A股票來的小，但持有的結果（即報酬）是一樣的，其實這就是我們開始定義「風險」的來源。

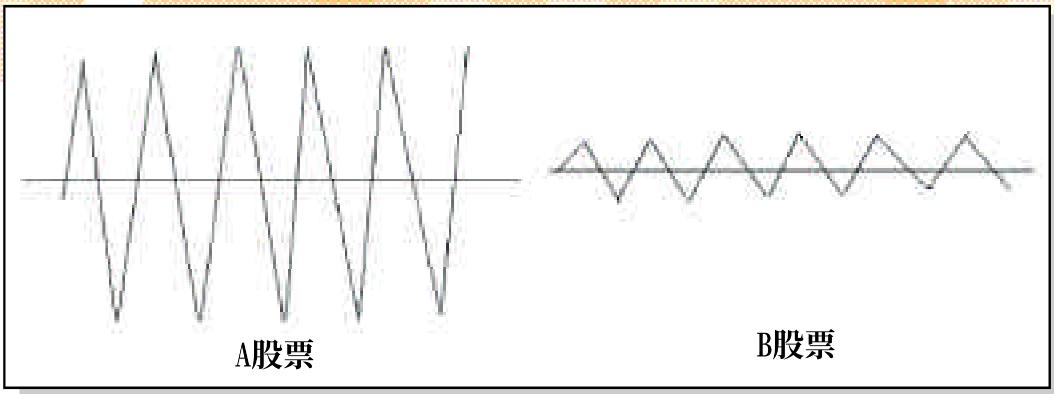
二、風險值之定義

首先，我們將這個上下起伏的現象賦予專業的術語，「波動性(Volatility)」，這是利用統計學上的標準差(Standard Deviation)或是變異數(Variance)來予以量化，其出發的觀念為衡量每一個觀察值離平均數的距離之加總，而變異數S^2與標準差σ數學定義如下：

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2 \text{，} \qquad \sigma = \sqrt{S^2}$$

當所有觀察值距離平均數都比較遠時，其意謂該項金融商品的變異數S^2或標準差σ比較大，意謂其波動也較大，我們再回到A與B之股票，經由以上定義後可輕易的發現A股票報酬或股價的變異數或標準差明顯的大於B股票，而平均報酬率A股票與B股票又相等時，聰明的你應該要選擇哪支股票呢？我想答案應該是B股票吧！原因

呢？就是在於B股票報酬或股價的波動（即標準差）比A股票低，代表股票遭受損失的可能性比A股票低，這就是「風險」的來源。



至於「風險」之定義，依照Webster's New Collegiate Dictionary字典之定義為「結果之可能變化」(potential variation in outcomes)，強調其「結果」之成分，而Concise Oxford Dictionary則運用機率之概念，另將風險定義為：「發生危險、損失、損傷或是其他不利結果之機會或是可能性」(a chance or possibility of danger, loss, injury, or other adverse consequences)。前述兩定義，可對風險作更為確切之定義：強調發生機率，就是風險引發「不可預知性(unpredictability)」造成對未來之可能結果無法確定而須做預測。該定義讓我們瞭解到必須藉由數量方法，並以科學方法用於管理問題。

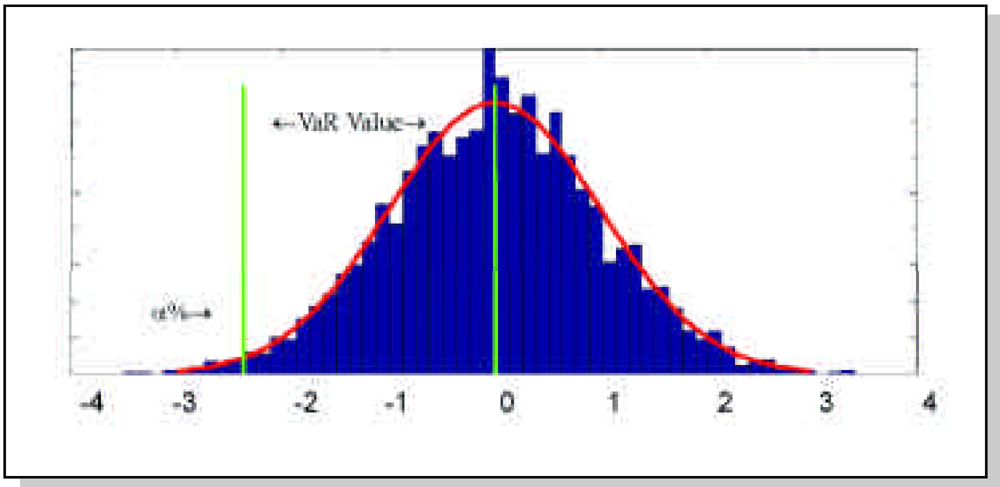
很幸運的，JP Morgan在1994年發展出風險值(Value at Risk)的方法，成功的將風險抽象的含意予以數量化，傳統在衡量風險的角度是從經濟學出發，以效用的觀念來解釋風險，但僅僅是屬於抽象的觀念，這也是造成我們對「風險」的觀念一直停留在主觀的直覺上。

隨著金融商品的不斷創新、以及經濟環境不斷地全球化的同時，投資人與金融機構對其資產部位或投資策略的制定即面臨較以往更大之風險。VaR(Value at Risk)風險值於是產生，它擁有動態管理、可量化風險、

以及可跨資產作比較之優點，也因此其估計方法與應用範圍愈來愈多元化。目前VaR風險值即被廣泛運用在資本適足率的計算、企業內部之風險控管、或是資產配置之參考依據。首先，我們先定義風險值VaR(Value at Risk)：

VaR風險值係以一金額數字來表達投資組合在特定持有期間內，某一機率百分比下之最大可能損失金額為多少。

另外，若以圖形表示則如下：



而以數學公式表達則為：

$$VaR = -Z_{\alpha} \times \sigma \times \sqrt{T} \times V$$

其中，Z_{α}為標準常態化下之信賴水準，σ為波動性，即所謂之標準差；T投資持有時間，V為投資金額即名目本金。

不過，VaR風險值對於資產報酬分配的假設以及參數的估計將隨著資產特性與樣本的選取而有所不同，所以如果不能將資產報酬率分配作正確的描述，則所估計出來的VaR風險值會出現錯誤、或者有不具效率性的問題發生。就VaR風險值的衡量而言，金融商品因為其商品特性與報酬性質之不同，而在VaR風險值的計算上也有差異之處。在估算VaR風險值之前，需先了解金融商品的損益特性，並依此特性選擇適當之估計方法。

由上面的數學公式，我們可以發現主宰風險值的最主要因素為σ，其次為Z_α，因此，在使用風險值為風險管理之工具時，將要特別小心所使用的每個參數。傳統上計算風險值的模型可分為下列三種方式，變異數-共變異數法(Variance-Covariance Approach)、歷史模擬法(Historical Simulation)與蒙地卡羅模擬法(Monte Carlo Simulation)。

三、風險來源

本文將就變異數-共變異數法(Variance-Covariance Approach)做更一進步之探討。當採用變異數-共變異數法計算投資組合之風險值時，其基本假設所有資產報酬率的分配型態皆為常態分配（即所謂的Z_α），但是在計算VaR時，將報酬假設為常態分配可能會因為低估重大變動發生的可能性而造成真正的風險。以市場風險的角度來看，股票報酬就往往不屬於常態分配，特別是在台灣股票市場常常出現厚尾(Fat Tail)現象。舉例來說，台灣股票市場當有好消息發生的時候，股票往往是連續漲好幾個停板，但同樣面對壞消息時，股票也是連跌數個跌停板，因此，股票報酬的機率分配在兩端往往會拉的很長產生厚尾(Fat Tail)現象；此時在計算VaR時就不能再採用常態分配，就需改採其他機率分配來估計，如Log-normal分配或*t*分配等。

即使金融市場所有商品要符合常態分配假設是不可能的，但在實際風險管理運作時，是以短期的預測方式來看，在沒有發生重大結構改變(structure change)的情況下，常態分配的假設仍可以適用。此外，計算VaR最重要的參數為波動性σ，但由VaR的公式我們可以發現波動性σ為一固定值，其意謂當你10年前持有的股票與1年前持有股票的風險是一致的，VaR的大小只是受到持有時間長短而決定，明顯的發現這個假設是不合理的，風險應該是會隨經濟環境的不同而不同。舉例來說，台灣股票市場每當在總統選舉時期，投資人會面臨的市場風險(報酬之波動)也隨之增大。另外，特別是在選舉敏感時刻，利空壞消息對股市的衝擊效果往往會大於各項利多政策之影響，甚至產生報酬波動性不對稱之現象，並可能造成選舉期間投資人對政治不確定性增加而做出不理性的買賣決策，因此，若假設σ為固定不變時，在估計VaR時將會產生嚴重的偏誤。

Engle(1982)最早發現金融市場產品報酬之變異數是會隨時間變動(time-varying)的觀念，並提出自我迴歸條件異質變異數(Autoregressive

Conditional Heteroskedasticity, ARCH)模型，允許二階動差(second moment)之條件變異數會受到前期誤差項平方的影響，隱含條件變異數會隨時間的經過而改變，解決了傳統計量模型中條件變異數為固定的不合理假設。而Bollerslev(1986)將過去的條件變異數對本期的條件變異數的影響列入考慮，即是將誤差項條件變異數之落差期放入ARCH模型中，提出一般化自我迴歸條件異質變異數(GARCH)模型，由於GARCH模型在報酬波動率的估計上比較容易捕捉到波動群聚現象，進而反應股價報酬的變異數是隨時間而改變，而且對於報酬分配厚尾現象亦較能由模型表現出來，因此在風險值的參數估計上有越來越多的估算方式採用這樣的方式。以GARCH(1,1)模型為例，其方程式表示如下：

$$y_t = X_t\beta + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \big| \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2$$

其中參數之限制為$\alpha_0 \geqq 0$, $\alpha_1 \geqq 0$, $\beta_1 \geqq 0$, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$。

也許您看了以上數學式會覺得非常困惑，其實代表的觀念很簡單，數學式代表的經濟含意僅是本期的波動性σ_t^2是受到前一期的波動性σ_{t-1}^2及前一期殘差ε_{t-1}^2的影響，舉例來說，今天影響台積電股票股價最主要的成分來源為昨天的訊息，而前天的訊息所占的成分比重將降低，隨著時間經過而呈遞減現象，Engle及Granger兩人發現了金融市場商品報酬具有異質變異數現象，發展出ARCH與GARCH模型，並於2003年獲得諾貝爾經濟學獎，其主要貢獻在於，以往大眾對金融資產焦點關注於收益率，而往往忽略了二階的風險（標準差），傳統資本市場理論在描述股票市場收益率變化時，所採用的計量模型一般都假定報酬率的平方保持不變，此模型符合金融市場中效率市場理論且運用簡便，並常用來預測與估算股票價格。但財金學家發現財金資料(諸如股票、期貨、選擇權等的報酬率、利率、通貨膨脹率等）都有平均水準無法預測，而波動程度則呈現非固定但卻相當規則的方式演變。具體言，財金資料的高波動時期通常都不然發生或驟然結束，而會有相當的續性，由下圖可發現台灣股價加權指在各時期上下起伏的波動不同，往往在較大幅度波動後面伴隨著較大幅度的波動，在較小波動幅度後面緊接著較小幅度的波動，這種性質稱為波動率聚集(volatility clustering)；該現象的出現源於外部衝擊對股價波動持續性影響。

由於財金資料的波動程度通常都具風險的含意，而風險又是決定金融資產價格的最重要因素，因此，財金學家必須尋求一個能夠描述波動程度規律性的計量模型。為了尋求對股票市場價格波動行為更為準確的描述和分析方法，許多金融與計量學者嘗試利用不同的模型與方法處理這一問題，Engle適時的提出了所謂的ARCH模型，將分析時間數列研究步驟巧妙的轉變成對波動程度的分析工具。Engle的ARCH 模型一經提出，不僅成為對財金資料進行學術研究的利器，也廣泛的被金融市場業者拿來分析市場風險。在經濟學研究中，很少有像ARCH模型一樣，還是一個處在發展階段的重要學術研究課題，竟就能同時對千萬人的經濟生活發生重大的影響。

四、結語

在經過以上對波動性（風險）的介紹，我們可以發現風險管理並不是一門簡單的學問，本文以GARCH模型介紹波動性僅是計算方法的一種，然金融市場各種商品風險之計算並不是只能由簡單的幾條公式來描述，理論模型在本質上只是一種共同理念，其真確性卻猶如行走在鋼索上的高空飛人，表演時也未必架設有安全網。因為模型係由數學所準確建構，建構時往往力求模型「簡而美」，但是不一定可以準確的應用在複雜的現實世界中。由於風險管理特別依賴數字管理，在建構模型過程及從事分析時其人員皆須謹慎使用，畢竟「水能載舟，亦能覆舟」，風險管理人員唯有適時適切利用各種模型計算來計算風險，以達到風險管理的目的並提升企業價值。